

SIMULASI MAGNETISASI SUPERKONDUKTOR TIPE II DENGAN PERSAMAAN GINZBURG-LANDAU GAYUT WAKTU

Harsojo¹

Jurusan Fisika FMIPA Universitas Gadjah Mada Yogyakarta

Intisari

Telah dilakukan simulasi numerik magnetisasi superkonduktor tipe II dua dimensi pada ukuran berorde mesoskopik. Simulasi menggunakan medan magnet gayut linier terhadap waktu. Hasil simulasi menunjukkan dengan jelas adanya gejala fluks magnet dan keluar di dalam pembentukan konfigurasi vorteks yang stabil pada daerah $H_{c1} < H_e < H_{c2}$ pada suhu yang digunakan. Hasil simulasi juga mengungkapkan adanya gejala histerisis pada fase vorteks

Kata-kata kunci: Magnetisasi, Ginzburg-Landau gayut waktu

MAGNETIZATION SIMULATION ON TYPE II SUPERCONDUCTOR USING TIME DEPENDENT GINZBURG-LANDAU EQUATION

Abstract

It has been studied numerical simulation of magnetization in type II superconductor two dimension on the mesoscopic scale. Simulation was done using an external magnetic field varies linear with time. The results indicate clearly the flux jumping in and out in the process reaching stable configuration in magnetic region $H_{c1} < H_e < H_{c2}$ at prescribed temperature. The result also reveals the existence of hysteresis in the vortice phase.

Keywords: superconductor magnetization, Time Dependent Ginzburg-Landau equation

¹harsoyougm@yahoo.com

I. PENDAHULUAN

Magnetisasi suatu bahan superkonduktor tipe II memiliki sifat khusus karena superkonduktor jenis ini memiliki beberapa fase yaitu fase Meissner saat medan magnet hanya menembus bahan superkonduktor dalam orde panjang penetrasi London, fase vorteks saat medan magnet dapat menembus dengan fluks magnet terkuantisasi dan fase normal saat bahan tidak bersifat superkonduktif. Ketiga fase tersebut memiliki magnetisasi yang berbeda. Ketika superkonduktor berada pada fase vorteks dan dialiri arus, maka vorteks dapat bergerak sehingga menimbulkan disipasi. Pada superkonduktor klasik (suhu rendah) upaya untuk mencegah gerakan vorteks biasanya dilakukan dengan memberikan defek sehingga vorteks dapat tertancap padanya. Dalam hal superkonduktor suhu tinggi, mekanisme pencegahan gerakan vorteks tidak semudah itu terjadi, karena potensial pengikat vortekspun gayut medan eksternal dan suhu. Dengan mempelajari magnetisasi bahan superkonduktor pada fase vorteks dapat diperoleh informasi tentang kemampuan suatu defek mengendalikan gerakan vorteks sekaligus pengaruhnya terhadap rapat arus kritis (Frahm dkk., 1991; Liu, dkk., 1991; Kato, dkk., 1994; Machida dan Kaburaki, 1993). Penyelidikan telah dilakukan menunjukkan bahwa hasil perhitungan dinamika vorteks dapat dipakai untuk menyelidiki rapat arus kritis superkonduktor dan resistansi vorteks (Liu, dkk., 1991; Kato, dkk., 1994; Machida dan Kaburaki, 1993; Winieki, 2001). Pemanfaatan hasil-hasil perhitungan dinamika vorteks untuk menelaah hasil eksperimen juga telah diselidiki oleh beberapa peneliti pada skala mesoskopik telah menarik perhatian. Pada ukuran ini ketergantungan magnetisasi bahan terhadap dinamika vorteks menjadi penting karena interaksi arus permukaan dengan vorteks menjadi besar. Peranan defek, batas butiran (*grain boundary*), dan interaksi tancapan vorteks (*pinning*) menjadi penting. Konfigurasi kisi vorteks menjadi gayut pada geometri cuplikan. Kajian numerik pada skala mesoskopik biasanya dilakukan pada geometri silinder (Singha Deo dkk., 1997; Geim dkk., 2000). Kajian yang serupa juga dilakukan orang pada geometri kotak (Gurevich dkk., 2002). Gejala rinci magnetisasi vorteks superkonduktor yang tidak muncul pada jumlah vorteks berukuran besar yang hanya dapat diamaati

lewat persamaan London akan ternyata jelas pada ukuran ini (Gurevich dkk., 2002). Kajian aplikasi superkonduktor mesoskopik penting karena pada ukuran ini perlu diketahui besaran-besaran kritis superkonduktor (Bolecki dkk., 1995). Sejauh ini sisi diantar aplikasi superkonduktor mesoskopik adalah sebagai komponen elektronik adalah sebagai pengalih sinyal frekuensi tinggi (Mel'nikov dan Vinokur, 2002). Pada tulisan ini dibahas dinamika vorteks pada ukuran mesoskopik dengan cara menyelesaikan persamaan Ginzburg-Landau gayut waktu dua dimensi untuk keadaan dengan dan tanpa defek. Hasil penyelesaian persamaan ini adalah medan skalar Ψ yang terkait dengan parameter benahan (*order parameter*) dan potensial vektor A yang berkaitan dengan medan magnet di dalam bahan. Medan A dan Ψ digunakan untuk membahas magnetisasi vorteks dan jumlah vorteks serta gejala histeris yang terjadi.

II. TEORI

Persamaan Ginzburg-Landau gayut waktu dapat diturunkan melalui selisih energi bebas dari keadaan super dan keadaan normal, yaitu (Kato, dkk., 1994; Machida dan Kaburaki, 1993; Winieki, 2001)

$$F(\Psi, \nabla \Psi, A, \nabla \times A) = a|\Psi|^2 + \frac{1}{2}b|\Psi|^4 + \frac{\hbar^2}{2m_s} \left| \left(\nabla - i \frac{e_s}{\hbar} A \right) \Psi \right|^2 + \frac{1}{2\mu_o} |\nabla \times A - \mu_o H|^2 \quad (1)$$

dengan F adalah energi bebas superkonduktor sedangkan Ψ adalah fungsi gelombang gelombang pseudo m_s adalah masa elektron A adalah vektor potensial dan H adalah medan magnet. Pada keadaan disekitar transisi, maka F dapat diminimalkan untuk mendapatkan penyelesaian Ψ dan A yang sesuai. Minimisasi F terhadap Ψ dan A menghasilkan persamaan

$$\frac{\hbar^2}{2m_s D} \left(\partial_t + i \frac{e_s}{\hbar} \Phi \right) \Psi = \frac{\hbar^2}{2m_s} \left(\nabla - i \frac{e_s}{\hbar} A \right)^2 \Psi + |a|\Psi - b|\Psi|^2 \Psi \quad (2)$$

$$\frac{1}{\mu_o} \nabla \times (\nabla \times A - \mu_o H) = j_s + j_n \quad (3)$$

Di sini telah dilibatkan rapat arus normal j_n selain rapat arus superkonduktor j_s . Pada persamaan berikutnya akan digunakan penyekalaan panjang koherensi $\xi_0 = \hbar / \sqrt{2m|a|}$; waktu dinyatakan dalam $\tau = \xi_0^2 / D$; D konstanta difusi; fungsi gelombang dinyatakan dalam $\psi_0 = \sqrt{\frac{|a|}{b}}$; vektor potensial dalam $A_0 = \sqrt{2}H_c\xi_0$ dengan $H_c = \mu_0 a^2 / b$; potensial listrik $\Phi_0 = (\xi_0 / \tau)A_0$; dan konduktansi dinyatakan dalam satuan $\sigma_0 = 1 / \kappa^2 D \mu_0$. Konstanta Ginzburg-Landau diberikan melalui $\kappa^2 = 2m^2 b / e^2 \hbar^2 \mu_0$. Panjang karakteristik untuk variasi medan magnet dinyatakan dalam $\lambda = \kappa \xi$ dan medan magnet diperoleh melalui $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ yang dinyatakan dalam satuan $\sqrt{2}\kappa H_c = H_{c2}$. Keterkaitan ξ terhadap suhu diandaikan dalam bentuk $\xi(T) = \xi_0 (1 - \frac{T}{T_c})^{1/2}$. Dengan penyekalaan ini, persamaan (2) dan (3) dapat ditulis dalam bentuk

$$(\partial_t + i\Phi)\Psi = (\nabla - i\mathbf{A})^2\Psi + \Psi - |\Psi|^2\Psi \quad (4)$$

$$\kappa^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \underbrace{(\nabla S - \mathbf{A})|\Psi|^2}_{j_s} + \underbrace{(-\nabla\Phi - \partial_t \mathbf{A})}_{j_n} + \underbrace{\kappa^2 \nabla \times \mathbf{H}}_{j_{ext}} \quad (5)$$

S menunjukkan fase dari Ψ , Φ adalah potensial skalar sedangkan j_{ext} mengakomodasikan adanya pengaruh medan eksternal pada bahan superkonduktor. j_s dan j_n adalah arus super dan arus normal. Dengan menerapkan fungsi tera

$$\begin{cases} \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} + \nabla \Lambda \\ \Psi \rightarrow \Psi e^{i\Lambda} \\ \Phi \rightarrow \Phi - \dot{\Lambda} \end{cases} \quad (6)$$

dan dengan mengambil $\Phi = 0$, maka persamaan (4) dan (5) dapat dibawa ke bentuk

$$(\partial_t + i\Phi)\Psi = (\nabla - i\mathbf{A})^2\Psi + \Psi - |\Psi|^2\Psi \quad (7)$$

$$\partial_t \mathbf{A} = (\nabla S - \mathbf{A})|\Psi|^2 - \kappa^2 \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A} - \mathbf{H}) \quad (8)$$

Persamaan (7) dan (8) merupakan persamaan inti untuk menyelesaikan persamaan GL gayut waktu.

III. METODE NUMERIK

Persamaan (7) dan (8) bila diskala dengan satuan suhu T_c , satuan medan magnet H_{c2} , dengan satuan waktu τ , panjang dalam satuan $\xi(0)$, akan berbentuk

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{1}{\eta} [(-i\nabla - \mathbf{A})^2 + (1-T)(|\psi|^2 - 1)\psi] \quad (9)$$

dan

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = (1-T) \text{Re}[\psi^* (-i\nabla - \mathbf{A})\psi] - \kappa^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} \quad (10)$$

Persamaan (9) dan (10) diselesaikan secara numerik dengan metode beda hingga dengan pendekatan Euler sebagaimana yang telah dipakai oleh peneliti yang lain (Kato, dkk., 1994; Machida dan Kaburaki, 1993; Winieki, 2001; Singha Deo dkk., 1997). Medan magnet eksternal pada arah sumbu-z. Syarat batas yang digunakan berupa syarat batas antara superkonduktor dan vakum yang memenuhi syarat

$$(\nabla - i\mathbf{A})\psi \big|_n = 0 \quad (11)$$

dengan $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ harus sama dengan H_e pada bidang batas ($z = 0$). Magnetisasi ditentukan dengan menghitung

$$4\pi M_z = \frac{\int (B_z(x, y) - H_e) dx dy}{4\pi \int dx dy} \quad (12)$$

Parameter benahan ditentukan pada simpul mes kotak. Pada sambungan mes digunakan variabel penghubung $U_\mu = \exp[-i \int A_\mu d\mu]$, dengan $\mu = x, y$. Diambil penyelesaian untuk ukuran $32 \xi(0) \times 10 \xi(0)$ sebagai ukuran x - y sedangkan $0 < z < \infty$. Pada perhitungan digunakan kotak mes berukuran $0.5 \xi(0)$. Medan magnet eksternal yang digunakan adalah $H_e = \dot{H}_e t$ dengan variasi $\dot{H}_e = 10^{-6}$, dengan mes tersebut dipilih $\Delta t = 0.015$ yang menjamin terhindarnya singularitas pada saat beda hingga ruang karena adanya perubahan Δt

(Gurevich dkk., 2002). H_e diubah dari 0 sampai 1 dalam satuan dengan dengan interval perubahan 10^{-6} dalam satuan H_{c2} . Parameter benahan mula-mula $\psi(t=0)$ bernilai 1, sehingga $A(t=0)$ bernilai 0, yang berarti juga $U_x(t=0) = U_y(t=0) = 1$ dan $B_x(t=0) = 0$. Derau dianggap konstan sebesar 10^{-5} sebagai mana peneliti lain [3]. Diskritisasi dilakukan secara linier sehingga

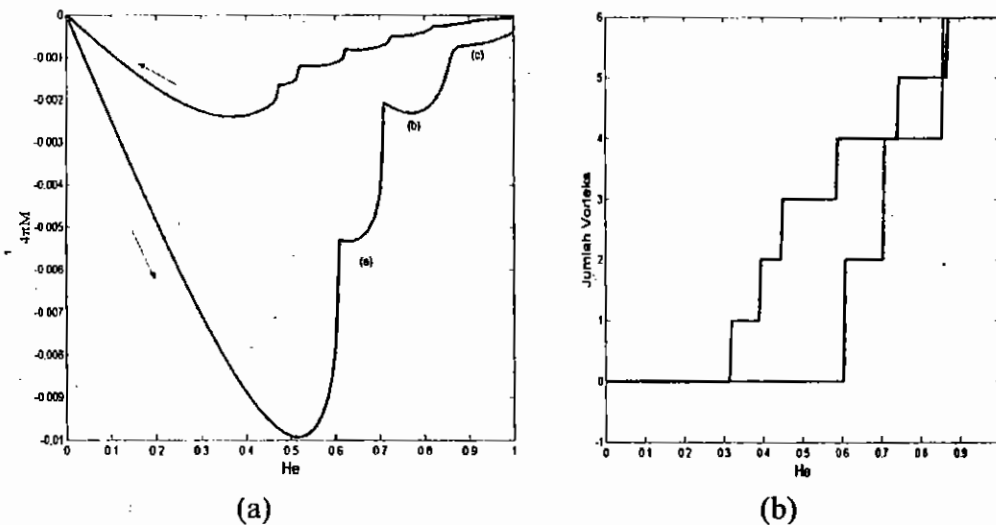
$$\psi_{i,j}(t + \Delta t) = \psi_{i,j}(t) + \Delta t \partial_t \psi_{i,j}(t), \quad (13)$$

demikian pula pendekatan untuk $U^x_{i,j}$ dan $U^y_{i,j}$. Untuk sementara efek termal diabaikan.. Akhirnya indikasi kuantisasi vorteks dapat diperoleh dengan membuat kontur atau kurva antara $|\psi|$ melawan sumbu-x dan sumbu-y. Fase Meissner dikenal dengan $|\psi| = 1$, sedangkan fase normal dikenali sebagai $|\psi| = 0$. Pada fase vorteks berlaku $0 < |\psi| < 1$. Selanjutnya, jumlah vorteks N dapat dihitung dengan persamaan

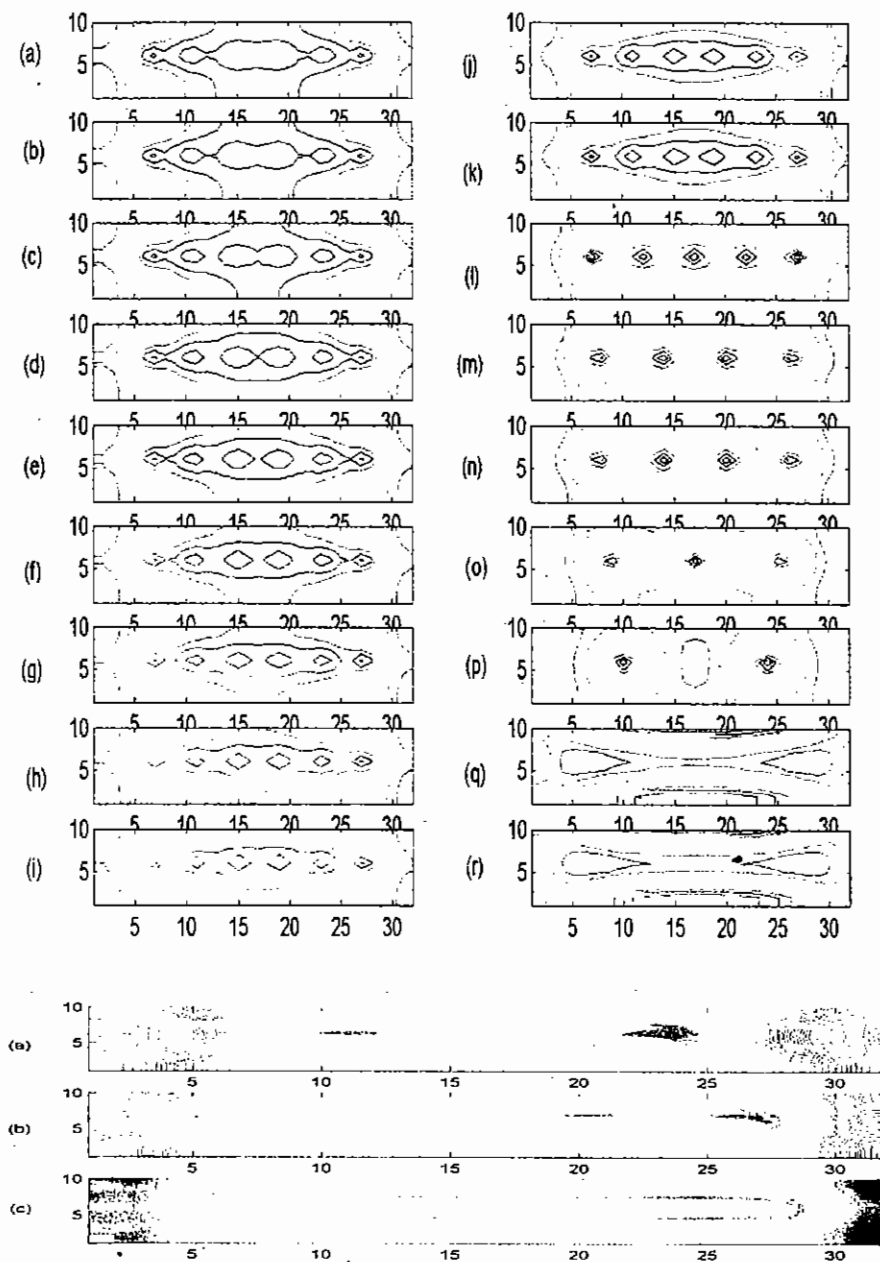
$$N\Phi_0 = \oint [A + \frac{J_s}{|\psi|^2}] dl, \quad (14)$$

saat energi bebas minimum.

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN



Gambar 1. (a) Magnetisasi bahan pada superkonduktor berukuran $10 \xi(0) \times 32 \xi(0)$ didalam medan magnet $H_{c1} < H_e < H_{c2}$. Tampak adanya osilasi medan magnet yang terkait dengan kestabilan konfigurasi vorteks di dalam bahan. Kedudukan (a), (b) dan (c) sesuai dengan jumlah vorteks pada gambar 1(b). Gambar diambil dengan suhu $T = 0,5 T_c$.



Gambar 2. Gambar atas adalah kontur rapat faktor benahan $|\psi|$ dengan medan eksternal dari H_e dari $0,91$ sampai $0,82H_{c2}$ dengan perubahan $0,01$ ((a) sampai (k)), $0,75$ (l), $0,65$ (m), $0,53$ (n), $0,48$ (o), $0,43$ (p), $0,3$ (p), $0,25 H_{c2}$ (q) sesuai dengan perolehan jumlah vorteks pada Gamb.1. Tampak bahwa histerisis bersesuaian dengan pembentukan vorteks dan jumlah vorteks yang berbeda. Gambar (q) dan (r) adalah ketika vorteks belum terbentuk karena medan eksternal lemah. Jumlah vorteks yang ada sesuai dengan yang ditunjukkan oleh Gamb.1 (b). Gambar bawah kontur $|\psi|$ untuk medan $H_e = 0,65$ (a), $0,78$ (b), dan $0,95 H_{c2}$ (c) saat medan berubah dari 0 menuju H_{c2} dengan penggambaran kontur yang lebih jelas.

Hasil penentuan magnetisasi untuk bahan superkonduktor dengan $\kappa = 2$ dengan variasi medan eksternal ditunjukkan oleh Gambar. 1. Hasil perolehan menunjukkan adanya variasi magnetisasi sebagai fungsi medan eksternal yang terpasang memiliki beberapa nilai ekstremum yang bersesuaian dengan pengaturan konfigurasi kisi vorteks yang stabil. Hasil yang diperoleh tidak mudah terlihat bila dipakai ukuran cuplikan selidik yang besar ataupun pada superkonduktor bongkah (*bulk*). Pada bahan dalam ukuran berorde mesoskopik dapat nampak dengan jelas pengaruh ukuran cuplikan terhadap jumlah vorteks konfigurasi vorteks. Pertama, perubahan nilai magnetisasi M tidak sebagaimana diramalkan pada superkonduktor bulk, yaitu untuk $0 < H_e < H_{c1}$, berlaku $M/H_e < -1$ hal ini jelas disebabkan karena adanya efek permukaan dua dimensi (*surface effect*). Dalam hal ini adanya efek permukaan telah menekan fase Meissner atau fase superkonduktif. Kedua Pada daerah $H_{c1} < H_e < H_{c2}$, fase vorteks, perubahan nilai M terhadap H memiliki nilai ekstremum yang berarti penetrasi magnet membentuk fluks magnet terkuantisasi sekaligus membentuk kisi vorteks yang stabil dengan energi vorteks minimum. Pada fase vorteks yang homogen kisi ini dikenal sebagai kisi Abrikosov yang memiliki bentuk dasar segitiga sama sisi. Tetapi, karena geometri dari cuplikan dibuat memanjang, maka yang nampak adalah susunan kisi vorteks satu dimensi. Perubahan M positif di sekitar nilai minimum menunjukkan adalah penolakan fluks magnet, sedangkan perubahan M negatif disekitar nilai minimum menunjukkan penetrasi magnet. Hal ini berarti bahwa saat terjadi fase vorteks ada keadaan saat konfigurasi vorteks stabil, yaitu saat $M(H_e)$ minimum, sehingga vorteks dapat menyusun dirinya dalam bentuk kisi vorteks. Ketika medan magnet diperbesar, untuk mendapatkan kestabilannya, vorteks harus menyusun dirinya sehingga tetap bertahan dengan energi minimal. Hal ini dilakukan dengan menambah jumlah vorteks yang terlihat dengan jelas pada Gambar 1(b), yaitu saat jumlah vorteks digambarkan sebagai fungsi medan eksternal. Hal serupa telah dikonfirmasi oleh peneliti lain secara numerik (Gurevich dkk., 2002).

Tampak pula bahwa jarak antar vorteks a dan ukuran inti vorteks l menjadi lebih kecil seiring dengan bertambahnya medan eksternal H_e sebagaimana dapat diamati pada Gambar 2. Perubahan nilai a dan l ini merupakan informasi yang penting untuk mempelajari pengaruh batas butiran (*grain boundary*) pada resistansi vorteks serta rapat arus kritis bahan (Bolech dkk., 1995). Selain itu hasil perhitungan juga dapat menunjukkan adanya gejala histerisis pada daerah $H_{c1} < H_e < H_{c2}$. Ketika medan diperbesar dari 0 ke H_{c2} , jumlah vorteks yang dapat dibentuk berbeda dengan ketika medan eksternal dikenakan dari H_{c2} ke nol. Histerisis ini adalah sifat khusus superkonduktor tipe II di dalam mempertahankan fase vortek. Gambar histerisis M versus H jelas menunjukkan adanya sifat penguncian vorteks (*lock-in vortex*), yaitu adanya sejumlah vorteks yang tidak muncul ketika medan magnet eksternal bertambah, tetapi muncul ketika medan magnet menurun. Kajian dinamika vorteks dan informasi yang dapat diambil seperti rapat arus, hambatan listrik, derau listrik, serta kajian tentang superkonduktor permukaan pada ukuran mesoskopik sedang dipelajari lebih lanjut.

V. KESIMPULAN

Magnetisasi superkonduktor tipe II pada skala mesoskopik telah ditelaah melalui penyelesaian persamaan Ginzburg-Landau gayut waktu. Pada skala mesoskopik dinamika vorteks menghasilkan konfigurasi vorteks yang gayut pada ukuran cuplikan dan medan eksternal yang dipakai. Pengaruh medan eksternal yang dipakai dapat mengungkapkan adanya konfigurasi vorteks yang stabil dalam bentuk kisi vorteks yang berasosiasi dengan magnetisasi. Magnetisasi bahan pada skala mesoskopik menunjukkan adanya gejala optimalisasi medan eksternal saat terjadi kuantisasi fluks magnet.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan rasa terimakasihnya kepada Jurusan Fisika FMIPA Universitas Gadjah Mada atas dukungan fasilitasnya dan Prof. C.G. Buscaglia dan juga Prof. Qiang Du atas websitenya

DAFTAR PUSTAKA

- Bolech, C., Buscaglia, C., A. dan Lopez, A., 1995, Numerical Simulation of Vortex Arrays in Thin Superconducting Films, *Phys. Rev. B* **52**, R15719.
- Frahm, H, Ullah, S., dan Dorsey, A., 1991, Flux Dynamics and the Growth of the Superconducting Phase, *Phys. Rev. Lett.*, **66**, 3067.
- Geim, A.K., Dubonos, S.V., Grigorieva, I.V., Peeters, F.M., dan Sheigert, V.A., Fine Structure in Magnetization of Individual Fluxoid States, 2000, *Nature*, **407**, 55.
- Gurevich, A., Rzchowski, M.S., Daniels, G., Patnaik, S., Hinaus, B.M., Carillo, F., Tafuri, F., dan D. C. Larbalestier, 2002, Flux Flow of Abrikosov-Josephson Vortices along Grain Boundaries in High-Temperature Superconductors, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 97001.
- Kato, R., Enomoto, Y., dan Maekawa, S., 1994, Effects of the Surface Boundary on the Magnetization Process in type-II Superconductors, *Phys. Rev. B* **47**, 8016.
- Liu, F., Mondello, M., dan Godenfeld, N., 1991, Kinetics of the Superconducting Transition, *Phys. Rev. Lett.*, **66**, 3071.
- Machida M. dan Kaburaki H., 1993, Direct Simulation of the Time-Dependent Ginzburg-Landau Equation for Type-II Superconducting Thin Film: Vortex Dynamics and *V-I* Characteristics, *Phys. Rev. Lett.*, **71**, 3206.
- Mel'nikov, A., S. dan Vinokur, M., 2002, Mesoscopic Superconductor as a Ballistic Quantum Switch, *Nature*, **415**, 60 – 62.
- Singha Deo, P., Shweigert, V.A., Peeters, F.M., dan Geim, A.K., 1997, Magnetization of Mesoscopic Superconducting Disks, *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 4653.
- Winieki, T., 2001, *Numerical Studies of Superfluids and Superconductors*, Desertasi Phd di Dept. of Phys. University of Durham.